

Ministerio de Educación  
Educación Particular  
**Centro Educativo Bellas Luces**  
**Módulo #2 Matemáticas**  
12º Grado A - Mención Ciencias  
Del 6 al 17 de julio

# La Función Lineal y Afín

**Profesor Juan Guillén**

Fecha de entrega: viernes 17 de julio de 2020

Enviar al correo electrónico: [jddgg@hotmail.com](mailto:jddgg@hotmail.com)

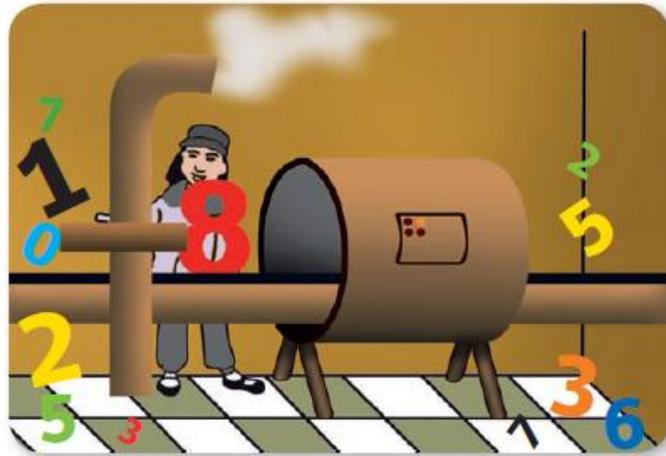
**Indicaciones:** Realizar las actividades en el cuaderno. Identificar con nombre, apellido y grado antes de enviar las fotos al correo electrónico. Cada asignación debe ser hecha con puño y letra del estudiante. Cualquier consulta no duden en escribirme al correo electrónico.

**Objetivos:** Identifica diferentes tipos de funciones, mediante sus notaciones y gráficas. Determina dominio y codominio de funciones reales, utilizando sus procesos y gráficas. Resuelve operaciones con funciones.



## INTUITIVAMENTE DAREMOS RESPUESTA A LA PREGUNTA ¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

Una función es la relación que existe entre dos variables, relacionadas a través de una expresión matemática. Podemos asemejarla a una fábrica de números, de tal manera que ingresamos materia prima (números) y obtenemos como producto otros números.



Una función se denota con el término  $f(x)$  y se lee función de  $x$ .



### Ejemplos :

1) Función el doble de un número:

**A)**  $f(3) = 6$

**B)**  $f(5) = 10$

2) Función el inverso aditivo de un número:

**A)**  $f(3) = -3$

**B)**  $f(-5) = 5$

3) Función un número incrementado en tres:

**A)**  $f(4) = 7$

**B)**  $f(1) = 4$

**ACTIVIDAD**

Escriba qué representan las siguientes funciones, qué son matemáticamente y cómo se leen:

1)  $f(9)$  →

2)  $h(-5)$  →

3)  $k(0)$  →



## LAS FUNCIONES REALIZAN DISTINTAS ACCIONES.

Veremos cómo las funciones realizan acciones mediante operaciones matemáticas.

**Ejemplos:**

1) La función  $k$  definida como :  $k(x) = 7x$  ← Multiplica por 7 el número introducido

2) La función  $f$  definida como :  $f(x) = -2x + 3$  ← Multiplica por -2 el número introducido y *Suma* 3

3) La función  $g$  definida como:  $g(x) = 8x - 6$  ← Multiplica por 8 el número introducido, y *resta* 6



ACTIVIDAD

Escriba las operaciones que realizan las siguientes funciones:

1) La función  $t$  definida como:  $t(x) = 3x$

.....

.....

2) La función  $s$  definida como:  $s(x) = 9x - 10$

.....

.....

3) La función  $g$  definida como:  $g(x) = 8x + 3$

.....

.....



## FUNCIÓN

Formalmente, una **función** es una relación entre dos variables de manera que a cada valor de la primera, le corresponde un único valor en la segunda. A estas variables se les denomina:

**Independiente:** Corresponde a la primera variable y se le suele asignar la letra  $x$ .

**Dependiente:** Es la que se deduce de la variable independiente y se le suele designar con la letra  $y$ , o como  $f(x)$ .

# ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN

Una función  $f()$  está constituida por: El dominio y el recorrido.



**Analizaremos cada uno de estos conceptos:**

- Llamaremos **dominio de la función y lo escribiremos**  $Dom f()$  al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.
- El conjunto formado por los valores que puede tomar la variable dependiente se denomina **recorrido o imagen de la función y lo escribiremos**  $Rec f()$  o  $Im f()$ .
- Una función es una **relación** que asigna a cada elemento del dominio uno y solo un elemento del recorrido.

TIPS

**En el ejemplo de la máquina:**

- 1) El dominio:** Son todos los valores que podemos introducir en ella.
- 2) El recorrido:** Son todos los posibles resultados.

# FUNCIONES EN LA VIDA COTIDIANA

A continuación veremos algunos ejemplos de situaciones en las que se utilizan funciones lineales y afines.

## Ejemplo

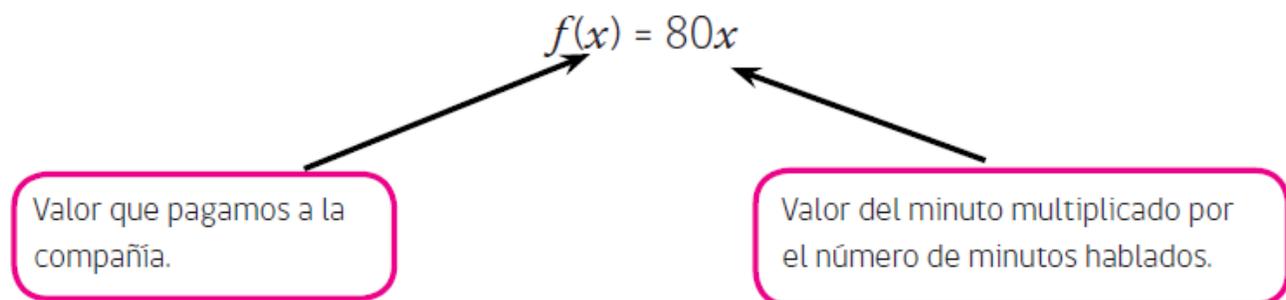
1) Existe una relación entre el número de minutos que hablamos cuando realizamos una llamada desde un celular de prepago y el monto de dinero que debemos pagar. En cierta compañía si habla un minuto debe pagar \$ 80, si habla 2 minutos \$ 160, y así sucesivamente.

Esta situación se puede representar como una función que relaciona la variable «**número de minutos hablados**» con la variable «**monto que pagamos a la compañía**».



En este caso, el número de minutos hablados será la variable independiente  $x$ , y el monto que cancelaremos será la variable dependiente  $y = f(x)$ , porque depende del número de minutos que hablamos.

Al representar esta situación como una función tenemos:



Si analizamos el **dominio** de esta función, es decir, el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente asignada por  $x$ , nos debemos centrar en lo que esta variable representa, en este caso el número de minutos. Esto indica que  $x$  puede tomar solo valores positivos y el cero, por lo tanto, el dominio de la función será **el conjunto los números reales no negativos**.

Si analizamos el **recorrido** de esta función, es decir, los valores que puede tomar la variable dependiente  $f(x)$ , debemos observar que el valor  $f(x)$  se obtiene de multiplicar 80 por  $x$ , donde  $x$  será un número positivo, debido a esto solo obtendremos valores positivos y por lo tanto el recorrido de la función será **el conjunto los números reales positivos**.

Escriba tres situaciones cotidianas, semejantes al ejemplo entregado, que puedan representarse como una función y analice su dominio y recorrido.



ACTIVIDAD

Resuelva las siguientes situaciones:

1) Luego de su cumpleaños, Benjamín ha decidido donar la tercera parte del dinero que recibió de regalo de sus familiares a una fundación. Considerando las variables cantidad de dinero recibido por Benjamín y cantidad de dinero que donará Benjamín.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

.....  
.....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

.....  
.....

c) Exprese como función, la relación entre ambas variables:

.....  
.....



2) El dueño de una mueblería paga a los carpinteros un sueldo base de \$ 250.000 más \$ 5.000 por cada mueble terminado. Considere las variables, sueldo de un carpintero, y cantidad de muebles terminados.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

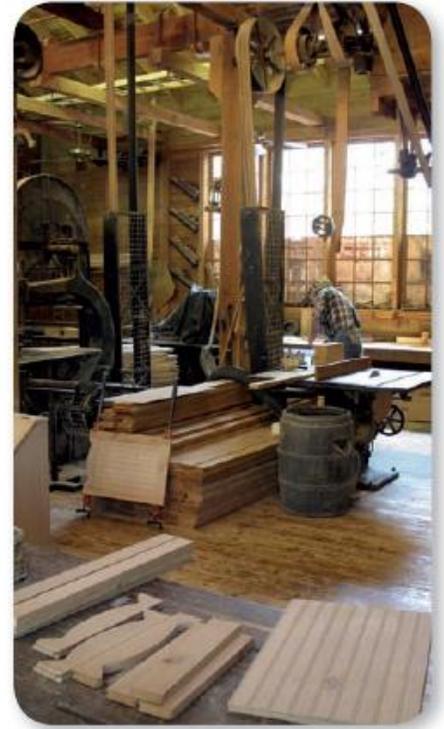
.....  
.....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

.....  
.....

c) Exprese como función, la relación entre ambas variables:

.....  
.....



## FUNCIÓN AFÍN

Se denomina función afín a aquella de la forma:

$$f(x) = mx + n$$

Donde  $m$  y  $n$  son números reales distintos de cero.



### Ejemplo

1) Juan es un taxista que cobra \$280 por bajada de bandera y \$ 60 por cada tramo de 200 metros recorridos. Si llamamos  $x$  al número de tramos recorridos, la función que permite determinar el costo de un viaje en el taxi de Juan es:

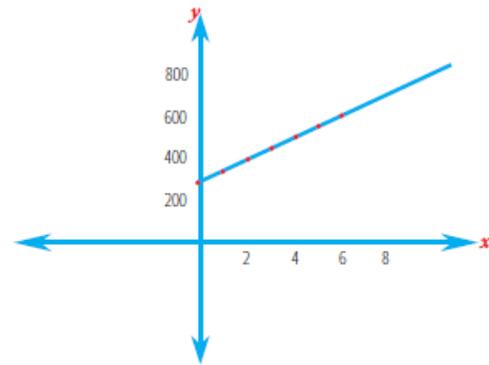
$$f(x) = 60x + 280$$

Variables involucradas:  $f(x)$  cantidad de dinero a pagar por viaje,  $x$  cantidad de tramos recorridos.

Tabla de valores

Gráfica de la función

$x$ (tramos)	$f(x)$ \$
0	280
1	340
2	400
3	460
4	520
5	580
6	640



## FUNCIÓN LINEAL

La forma algebraica de la función lineal puede representarse de la siguiente manera:

$$f(x) = mx$$

Donde  $m$  es un número real distinto de cero.

### Ejemplo:

1) Francisco acompañó a su padre a comprar y ha visto que 1 kg de tomates vale \$ 500. Al preguntar cómo se calcula el precio para diferentes kg de tomates su padre le explica que debe relacionar el número de kg de tomates con el precio final.



### ACTIVIDAD Resuelva las siguientes situaciones:

1) En algunas ocasiones, el valor que cancelamos cuando abordamos un taxi, es la suma del costo fijo por subir al taxi de \$250 (bajada de bandera) más un costo de \$120 por cada 200 metros recorridos.

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

.....

.....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

.....

.....

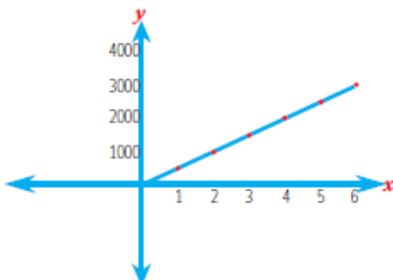
Las variables en esta situación son «**número de kilogramos**» (variable independiente) y «**precio**» (variable dependiente). Si llamamos  $x$  al número de kilogramos y  $f(x)$  al precio, la función que las relaciona es la función lineal, que se expresa de la siguiente manera:

$$f(x) = 500x$$

Tabla de valores

$x$ (kilogramos)	$f(x)$ \$
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500
6	3000

Gráfica de la función



En una función lineal la relación entre la variable independiente y dependiente es de proporcionalidad directa, en la relación de la función afín esta condición cambia por la condición inicial de la función.

**c) Escriba el valor a cancelar a un taxista como función.**

.....

.....

**d) ¿Es una función lineal o afín?**

.....

.....

**e) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de esta función?**

.....

.....

**f) ¿Cuál es el valor a cancelar en un recorrido de 2,2 km?**

.....

.....



2) Un alumno faltó a una clase de matemática y decidió sacar fotocopias al cuaderno de su compañero. Si cada fotocopia vale \$ 18 y debe calcular cuánto dinero necesita para pagar las fotocopias, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?

.....

.....

b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?

.....

.....

c) Escriba el valor que el estudiante debe pagar por fotocopias como función.

.....

.....

d) ¿Es una función lineal o afín?

.....

.....

e) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de esta función?

.....

.....

f) ¿Cuál es el valor a cancelar por 15 fotocopias?

.....

.....



## EVALUACIÓN DE FUNCIONES

Evaluar una función consiste en determinar el valor de la variable dependiente, dado el valor de la variable independiente.

Si la función se escribe como  $f(x)$ , la función evaluada para un valor numérico, como 5, se escribe  $f(5)$ .

Para realizar la evaluación se sustituye el valor numérico en donde aparece la variable  $x$  y se realizan las operaciones aritméticas necesarias.

### Ejemplos:

1) Evaluar la función  $f(x) = 2x + 8$  cuando el valor numérico de  $x$  es 5.

$$f(5) = 2 \cdot 5 + 8$$

$$f(5) = 10 + 8$$

$$f(5) = 18$$

2) Si  $f(x) = -3x - 1$  ¿cuál es el valor de  $f(-4)$ ?

$$f(-4) = -3 \cdot (-4) - 1$$

$$f(-4) = 12 - 1$$

$$f(-4) = 11$$

3) Si  $x = \frac{1}{3}$ , evalúe la función  $f(x) = -\frac{7}{5}x - \frac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{15} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-14 - 15}{30}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-29}{30}$$

4) El valor de la función  $f(x) = -3,2x - 8,7$  en  $x = -1,6$

$$f(-1,6) = -3,2 \cdot -1,6 - 8,7$$

$$f(-1,6) = 5,12 - 8,7$$

$$f(-1,6) = -3,58$$

5) Evaluar la función  $f(x) = 2x + 1$  en  $x = a$

$$f(a) = 2 \cdot a + 1$$

$$f(a) = 2a + 1$$



6) Claudia quiere invitar a tres de sus amigas al cine y la entrada al cine más cercano a su casa tienen un costo de \$ 3.500.

### ¿Cuál es la variable dependiente e independiente?

Una variable dependiente que se identifica en esta situación es «el valor que cancelará Claudia por el total de las entradas al cine», que depende de la variable independiente  $x$ , que representa «número de amigas que Claudia invitará al cine».

La función que relaciona estas variables es la función lineal  $f(x) = 3500x$

Evaluar la función es útil para saber cuánto dinero tendrá que cancelar según el número de amigos que invite.

### a) ¿Cuál es el valor que debe cancelar Claudia por 3 entradas?

Al evaluar la función en  $x = 3$  lo sabremos:

$$\begin{aligned} f(3) &= 3.500 \cdot 3 \\ &= \$ 10.500 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  
Si Claudia invita a 3 amigas al cine debe cancelar \$ 10.500 por las entradas.



### b) ¿Cuánto pagará Claudia si invita a 5 amigas?

Al evaluar la función en  $x = 5$  sabremos el valor que debe cancelar por las 5 entradas:

$$\begin{aligned} f(5) &= 3.500 \cdot 5 \\ &= 17.500 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  
Si Claudia invita a 5 amigas al cine debe cancelar \$ 17.500 por las entradas.

7) El sueldo de un vendedor está dado por la función lineal  $y = f(x) = 0,1x + 300.000$ , donde  $x$  representa el valor de las ventas que el vendedor realizó durante el mes. Si vendió \$ 100.000 durante el mes de julio, ¿cuál fue el sueldo que recibió ese mes?

### Solución:

Para saberlo evaluaremos la función en 100.000

$$\begin{aligned} f(100.000) &= 0,1 \cdot 100.000 + 300.000 \\ &= 10.000 + 300.000 \\ &= 310.000 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  
El sueldo del vendedor en el mes de julio fue de \$ 310.000



**ACTIVIDAD**

Realice los siguientes ejercicios:

1) Evalúe la función  $f(x) = 5x + 9$  en  $x = 1$  y en  $x = \frac{1}{5}$

2) Si  $f(x) = 2x - 6$ , evalúe la función en  $x = -7$  y en  $x = 0,5$

3) si  $x = 3$ , ¿Cuál es el valor de la función  $f(x) = -6x + 8$ ?

4) Evalúe la función  $f(x) = \frac{3}{1}x + \frac{1}{2}$  en  $x = \frac{2}{3}$

5) si  $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{3}{7}$ , ¿cuál es el valor de  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  y  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ ?

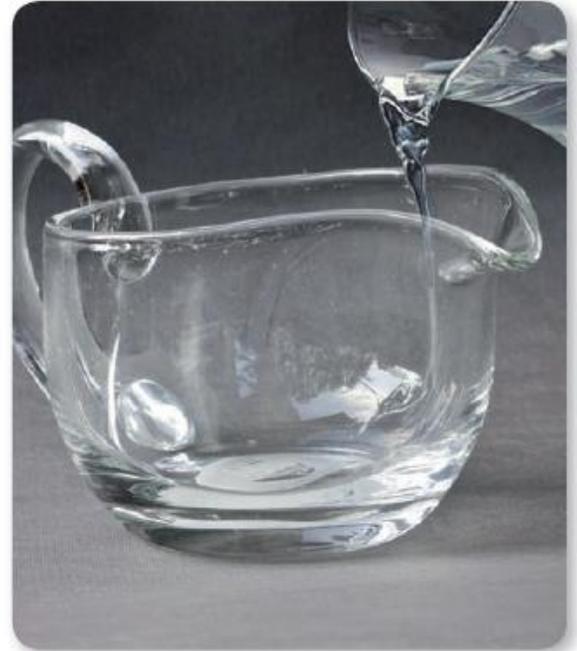
6) Un recipiente vacío comienza a llenarse con agua a ritmo constante. Al cabo de un minuto la altura del nivel del agua es de 3 cm. A los dos minutos, de 6 cm, y así, sucesivamente.

a) Escriba una función que represente la altura del nivel del agua, considerando el tiempo transcurrido.

b) ¿Es una función lineal o afín?

c) En esta situación ¿qué significa  $f(4)$ ?

d) Al cabo de 6 minutos, ¿cuál es la altura del nivel del agua?



7) Un recipiente que contiene  $100 \text{ cm}^3$  de agua (1 cm de altura), comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto. Responda:

a) ¿Cuál es la función que representa el nivel del agua en cada instante?

b) ¿Es una función lineal o afín?

c) En esta situación ¿qué significa  $f(4)$ ?

d) A los 6 minutos desde que el recipiente comienza a llenarse, ¿cuál es la altura del nivel del agua?

