

ACADEMIA INTERNACIONAL SANTA FE
MÓDULO N°3
MATEMÁTICA 12°
SEMANAS DEL 18 AL 30 DE MAYO

Profesor: Yoy Alexander Saucedo B.

BIENVENIDOS



Encomienda al
Señor tu camino,
confía en El, que El
actuará.
Salmo 37:5

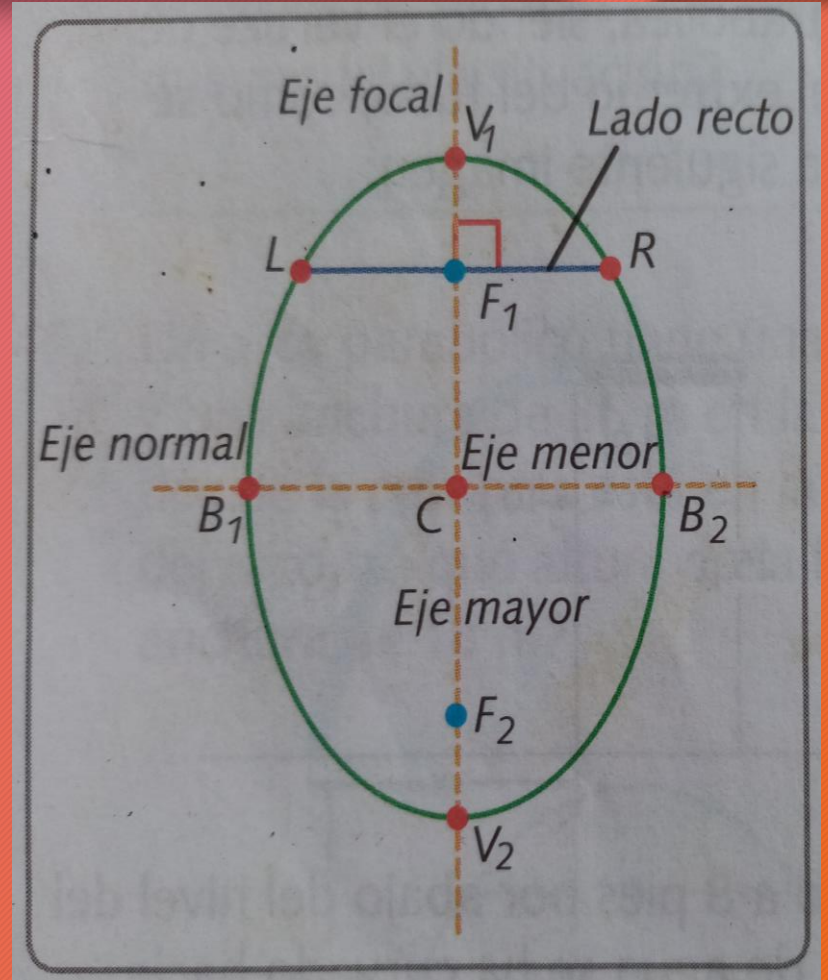
La Elipse

Concepto

La **elipse** es un lugar geométrico de los puntos del plano, tales que la suma de las distancias a 2 puntos fijos F_1 y F_2 denominados focos es constante. Así, el punto $P(x, y)$ pertenece a la elipse si $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$ donde a es un número real positivo.

Elementos

- Los **focos**: son los puntos fijos F_1 y F_2 del plano.
- El **eje focal** o el **eje principal**: es la recta que pasa por los 2 focos.
- El **centro** C : es el punto medio del segmento que une los 2 focos.
- **Eje normal** o **secundario**: es la recta perpendicular al eje focal que pasa por el centro de la elipse.
- Los **vértices**: son los puntos V_1 y V_2 donde la elipse interseca al eje focal.
- El **eje mayor**: es el segmento que tiene como extremos los vértices.
- El **eje menor**: es el segmento que une los puntos de intersección B_1, B_2 de la elipse con el eje normal.
- El **lado recto**: es el segmento LR perpendicular al eje focal que pasa por uno de los focos y que une a dos puntos de la elipse.



La Elipse

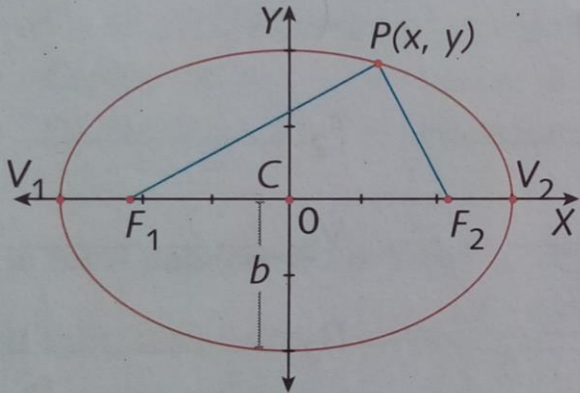
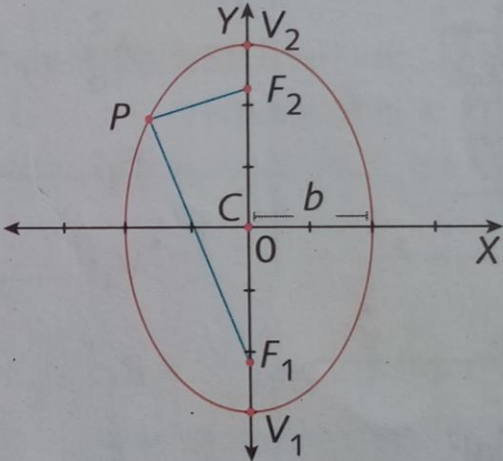
Ecuación canónica de la elipse con centro en el origen

La ecuación de la elipse con centro en el origen se determina teniendo en cuenta 2 casos:

- Cuando el eje focal coincide con el eje x
- Cuando el eje focal coincide con el eje y

En la siguiente diapositiva se muestra un cuadro el cual contiene estos dos casos, la ecuación canónica correspondiente, la forma de la elipse, las coordenadas de los focos y los vértices.

La Elipse

| Cuando el eje focal coincide con el eje X | Cuando el eje focal coincide con el eje Y |
|---|--|
| $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad a, b \neq 0$ | $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad a, b \neq 0$ |
|  |  |
| Focos ▶ $F_1(-c, 0)$ $F_2(c, 0)$ | Focos ▶ $F_1(0, -c)$ $F_2(0, c)$ |
| Vértices ▶ $V_1(-a, 0)$ $V_2(a, 0)$ | Vértices ▶ $V_1(0, -a)$ $V_2(0, a)$ |

La Elipse

Si en la ecuación de la elipse el denominador de x^2 es mayor que el denominador de y^2 , entonces el eje focal coincide con el eje **X**. En caso contrario, el eje focal coincide con el eje **Y**.

Lado recto y excentricidad

Para las elipses con centro $(0, 0)$ se cumple que:

- La longitud del eje mayor es $2a$.
- La longitud del eje menor es $2b$.
- Las distancias a , b y c se relacionan mediante la fórmula $a^2 = b^2 + c^2$.
- La longitud de cada lado recto es $\frac{2b^2}{a}$.
- La excentricidad se define como $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$, con $a > c$.
Si e se aproxima a 0, la elipse tiende a adquirir la forma de una circunferencia. Si e se aproxima a 1, la elipse tiende a ser cada vez más achatada.

Evaluación Sumativa

Con base en la información suministrada y la explicación virtual, resuelve los siguientes ejercicios sobre la elipse.

- 1) Determine los elementos de la elipse de ecuación $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, con centro en $(0, 0)$ y elabore su gráfica.
- 2) Determine la siguiente elipse de ecuación $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, los focos, los vértices, la longitud del eje mayor, la longitud del eje menor, el lado recto y su excentricidad.
- 3) Determine la siguiente elipse de ecuación $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$, los focos, los vértices, la longitud del eje mayor, la longitud del eje menor, el lado recto y su excentricidad.
- 4) Determine los elementos de la elipse de ecuación $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, con centro en $(0, 0)$ y elabore su gráfica.
- 5) Determine la ecuación canónica de la elipse, sabiendo que su excentricidad es $e = \frac{3}{4}$, y su eje focal coincide con el eje y . Grafique.